I. 以下の問いに答えなさい。

(i) Aさんはバスケットボールのシュート練習を4日間行い，練習回数は1日目が100回，2日目が110回，3日目が90回，4日目が100回であった。このとき，1日目から3日目までの3日間の練習回数の分散は $\dfrac{\boxed{(1)\,(2)\,(3)}}{\boxed{(4)}}$ である。また，1日目から4日目までの4日間の練習回数の分散は $\boxed{(5)\,(6)}$ である。

(ii) 座標平面上の点 (x,y) が連立不等式

$$\log_x y + 3\log_y x \leqq 4, \quad 2 \leqq x \leqq 4, \quad y > 1$$

の表す領域を動くとき，$x+y$ の最大値は $\boxed{(7)\,(8)}$ である。

(iii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n が

$$\frac{3-n}{n+3}a_n = -a_n + \frac{n}{2}$$

を満たすとき，

$$a_n = \frac{\boxed{(9)}}{\boxed{(10)\,(11)}}n^2 + \frac{\boxed{(12)}}{\boxed{(13)}}n$$

であり，

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{\boxed{(14)}}{\boxed{(15)\,(16)}}n^3 + \frac{\boxed{(17)}}{\boxed{(18)}}n^2 + \frac{\boxed{(19)}}{\boxed{(20)\,(21)}}n$$

である。

(iv) 空欄 $\boxed{(22)}$ ～ $\boxed{(24)}$ に当てはまる最も適切な文を下の選択肢から選び，その番号を解答用紙A（マークシート）の解答欄 $\boxed{(22)}$ ～ $\boxed{(24)}$ にマークしなさい。

1. 必要条件であるが十分条件でない
2. 十分条件であるが必要条件でない
3. 必要十分条件である
4. 必要条件でも十分条件でもない

実数 x に関する3つの条件 p, q, r を次のように定める。

$$p: |x| \leqq 1 \qquad q: x^2+x-2 \leqq 0 \qquad r: x < -1$$

このとき，以下が成り立つ。

- r は q であるための $\boxed{(22)}$。
- p は「q かつ $\overline{r}$」であるための $\boxed{(23)}$。
- $\overline{p}$ は「$\overline{q \text{ または } r}$」であるための $\boxed{(24)}$。

(v) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\cos 3\theta - 6\cos^2\theta + 5 = 0$ を満たす $\cos\theta$ の値をすべて求めなさい。（答えのみを解答用紙Bの解答欄の所定の枠内に記入しなさい。）

II. 点Oを原点とする座標空間に，3点

$$\mathrm{A}(3,0,0),\quad \mathrm{B}\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right),\quad \mathrm{C}(2,1,2)$$

をとる。さらに，sとtを実数として，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=t\overrightarrow{\mathrm{OC}}$となる点Pと点Qを定める。

(i) $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$と$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$のなす角を$\theta$とすると，$\cos\theta=\dfrac{\boxed{(25)}}{\boxed{(26)}}$である。

(ii) 3点O, B, Cが定める平面上の点(x, y, z)は

$$x-\frac{\boxed{(27)}}{\boxed{(28)}}y-\frac{\boxed{(29)}}{\boxed{(30)}}z=0$$

を満たす。

(iii) $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$を$s$で表すと，$|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|=\sqrt{s^2-\boxed{(31)}\,s+\boxed{(32)}}$である。

(iv) $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|=|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|$となるのは，

$$t=\frac{\boxed{(33)}}{\boxed{(34)}}s\quad\text{または}\quad t=-\frac{\boxed{(35)}}{\boxed{(36)}}s+\frac{\boxed{(37)}}{\boxed{(38)}}$$

が成り立つときである。

(v) $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$を$s$と$t$で表すと，$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|=\sqrt{s^2-\dfrac{\boxed{(39)}\boxed{(40)}}{\boxed{(41)}}st+\boxed{(42)}\,t^2}$である。

(vi) $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|=|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|=|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$となる実数の組$(s, t)$をすべて求めなさい。(答えのみを解答用紙Bの解答欄の所定の枠内に記入しなさい。)

III. $f(x)=x^3-6x^2+8x+16$ とし，曲線 C : $y=f(x)$ と 2 つの直線 l : $y=g(x)$, m : $y=h(x)$ を考える。直線 l は点 $(4, 16)$ における曲線 C の接線である。また，直線 l と直線 m は平行であり，直線 m は原点を通る。

(i) $g(x)=$ $\boxed{(43)}$ $x-$ $\boxed{(44)\ (45)}$ である。

(ii) 曲線 C と直線 m の交点の x 座標を小さい順に x_1, x_2, x_3 とすると

$$
\begin{aligned}
x_1 &= \boxed{(46)} - \boxed{(47)}\sqrt{\boxed{(48)}}, \\
x_2 &= \boxed{(49)}, \\
x_3 &= \boxed{(50)} + \boxed{(51)}\sqrt{\boxed{(52)}}
\end{aligned}
$$

である。また，$f(x_2)=$ $\boxed{(53)\ (54)}$ である。

(iii) $\displaystyle\int_2^4 \{f(x)-g(x)\}\,dx=$ $\boxed{(55)\ (56)}$ である。

(iv) $y=|g(x)|$ のグラフと曲線 C の共有点は2つあり，それらの座標は $(4,16)$ と $\boxed{（ア）}$ である。また，$\displaystyle\int_0^4 \{f(x)-|g(x)|\}\,dx=$ $\boxed{（イ）}$ である。

(v) $\displaystyle\int_0^2 \{f(x)-h(x)\}\,dx=$ $\boxed{（ウ）}$ である。

IV. 1から8までの整数を1つずつ書いた8枚のカードがあり，そのうち奇数が書かれたカード4枚が箱Xに，偶数が書かれたカード4枚が箱Yに入っている。A，B，C，Dの4人が次のようにカードを引く。

- まず，A，Bがこの順に箱Xからカードを1枚ずつ引く。
- 次に，C，Dがこの順に箱Yからカードを1枚ずつ引く。

ただし，引いたカードはX，Yいずれの箱にも戻さないものとする。A，B，C，Dが引いたカードに書かれた数をそれぞれa，b，c，dとする。

(i) $a-b=2$である確率は $\dfrac{\boxed{(57)}}{\boxed{(58)}}$ であり，$|a-b|=2$である確率は $\dfrac{\boxed{(59)}}{\boxed{(60)}}$ である。

(ii) $|a-c|=1$である確率は $\dfrac{\boxed{(61)}}{\boxed{(62)\,(63)}}$ であり，$c-a=d-b=1$である確率は $\dfrac{\boxed{(64)}}{\boxed{(65)\,(66)}}$ である。

(iii) $|a-c|$の期待値は $\dfrac{\boxed{(67)\,(68)}}{\boxed{(69)}}$ である。

(iv) $|a-c|=1$である事象をSとし，$|b-d|=1$である事象をTとする。Sが起こったときのTが起こる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{(70)\,(71)}}{\boxed{(72)\,(73)}}$ である。